מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשע"ט, 2019
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: شتاء 2019
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון: אלגברה
והסתברות 20×2 — 40 נק'
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור 20×1 — 20 נק'
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
טריגונומטריות 20×2 — 40 נק'
~~סה"כ~~ 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل
تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول.
الفصل الأوّل: الجبر
والاحتمال 20×2 – 40 درجة
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب
المثلّثات في المستوى 20×1 – 20 درجة
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل
للبولينومات ولدوالّ الجذر
وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ
المثلّثيّة 20×2 – 40 درجة
المجموع – 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكلّ سؤال – 20 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. مجموعة عاملين فيها حطّابون مجرِّبون، خطّطت أن تقطع 216 م^3 من الأشجار في عدد معيّن من الأيّام (إنتاجيّة (قدرة) عمل العاملين ثابتة).
في ثلاثة الأيّام الأولى، عَمِلَ العاملون حسب الإنتاجيّة المخطَّطة. ابتداءً من اليوم الرابع، زاد العاملون وتيرة عملهم، وقطعوا كلّ يوم كمّيّة أشجار أكبر بـ 8 م^3 من المخطَّط. عَمِلَ العاملون فعليًّا يومًا واحدًا أقلّ من عدد الأيّام المخطَّط، وقطعوا ما مجموعه 232 م^3 من الأشجار.

أ. **(1)** حسب المخطَّط، كم مترًا مكعّبًا من الأشجار كان من المفترَض أن يقطع العاملون في اليوم؟
(2) كم يومًا عمل العاملون فعليًّا؟

ب. خلال أيّ يوم منذ بداية العمل، أنهى العاملون قَطْع $\frac{2}{3}$ الكمّيّة المخطَّطة؟

في مرحلة لاحقة، رافق عاملٌ مُبتدئٌ كلَّ عامل مُجرِّب في المجموعة، وبهذه الطريقة تكوّنت مجموعة جديدة فيها ما مجموعه 2m عاملين (m عاملين مُجرِّبين وَ m عاملين مُبتدئين).
إنتاجيّة العمل اليوميّة للعاملين المُجرِّبين هي إنتاجيّة العمل اليوميّة المخطَّطة. يعمل جميع العاملين المُجرِّبين بنفس إنتاجيّة العمل اليوميّة.
إنتاجيّة العمل اليوميّة للعامل المُبتدئ هي أقلّ بـ 1 م^3 من إنتاجيّة العمل اليوميّة للعامل المُجرِّب.
عملت المجموعة الجديدة 8 أيّام.

جـ. **(1)** عبِّر بدلالة m عن إنتاجيّة العمل اليوميّة للعامل المُجرِّب الواحد وللعامل المُبتدئ الواحد.
(2) كم عاملاً يوجد في المجموعة الجديدة، إذا عُلم أنّهم قطعوا ما مجموعه 336 م^3 من الأشجار؟

/يتبع في صفحة 3/

2. معطاة متوالية حسابيّة $a_1, a_2, \ldots, a_{2n+3}$ فيها $2n+3$ حدود (n هو عدد طبيعيّ).
مجموع المتوالية هو 43 ضعف الحدّ الأوسط. الحدّ الأوسط لا يساوي 0 .

أ. **(1)** بيّن أنّ مجموع المتوالية يساوي $(2n+3)\cdot a_{n+2}$.

(2) جد عدد الحدود في المتوالية.

ب. معلوم أنّ مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الفرديّة في المتوالية المعطاة هو أكبر بِـ40 من مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الزوجيّة في المتوالية المعطاة.

(1) جد الحدّ الأوسط.

(2) جد مجموع المتوالية.

معطى أنّ فرق المتوالية المعطاة هو $-a_1$.

جـ. حدِّد هل المتوالية تصاعديّة أم تنازليّة.

يَبْنون من جميع حدود المتوالية المعطاة متوالية جديدة بواسطة جَمْع كلّ k حدود متجاورة (k هو عدد طبيعيّ) بالطريقة التالية:

$$(a_1+a_2+\ldots+a_k)\ ,\ (a_2+a_3+\ldots+a_{k+1})\ ,\ (a_3+a_4+\ldots+a_{k+2})\ ,\ \ldots$$

د. عبِّر بدلالة k عن عدد الحدود في المتوالية الجديدة.

/يتبع في صفحة 4/

3. في مدرسة ثانويّة معيّنة، يتقدّم طلاّب الثواني عشر لامتحان الدبلوم في المدنيّات، وبعد ذلك لامتحان البچروت في المدنيّات.

معطى أنّه: في سنة 2017 وكذلك في سنة 2018 ، عدد الطلاّب الذين نجحوا في امتحان الدبلوم ولم ينجحوا في امتحان البچروت كان مساويًا لعدد الطلاّب الذين لم ينجحوا في امتحان الدبلوم ونجحوا في امتحان البچروت.

أ. في سنة 2017 تَقَدَّمَ 250 طالبًا لامتحان الدبلوم وبعد ذلك لامتحان البچروت في المدنيّات. معلوم أنّه إذا نجح طالب في امتحان الدبلوم، فإنّ احتمال أنّه قد نجح في امتحان البچروت هو 0.9 .

نسبة الذين لم ينجحوا في امتحان البچروت من مجمل الطلاّب الذين تقدّموا للامتحانات في تلك السنة هي 20% .

(1) ما هو عدد الطلاّب الذين نجحوا في امتحان الدبلوم وكذلك في امتحان البچروت؟

(2) معلوم أنّ طالبًا معيّنًا لم ينجح في امتحان الدبلوم. ما هو الاحتمال بأنّ هذا الطالب قد نجح في امتحان البچروت؟

(3) يختارون بشكل عشوائيّ (مع إعادة) طالبَيْن لم ينجحا في امتحان البچروت. ما هو الاحتمال بأنّ كليهما لم ينجحا في امتحان الدبلوم أيضًا؟

ب. معطى أنّه في سنة 2018 لم يكن تعلُّق بين الحدث "ينجح في امتحان الدبلوم" والحدث "ينجح في امتحان البچروت"، وأنّ الاحتمال بأنّ طالبًا قد نجح في امتحان البچروت في تلك السنة هو a $(0 < a < 1)$.

عبّر بدلالة a عن الاحتمال بأنّ طالبًا قد نجح في امتحان الدبلوم ولم ينجح في امتحان البچروت في تلك السنة.

/يتبع في صفحة 5/

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى (20 درجة)

أجب عن أحد السؤالين 4-5.

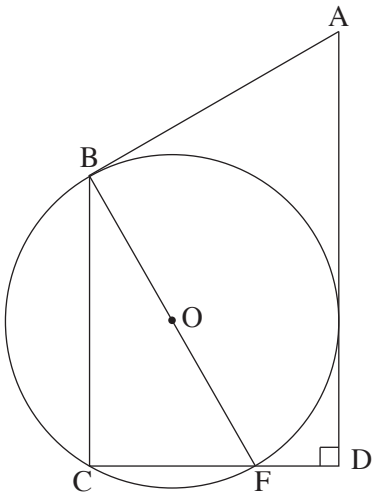
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.

4. المثلّث BCF محصور في دائرة مركزها O ونصف قطرها R.

BF هو قطر في الدائرة.

يخرج من النقطة A مماسّان للدائرة – أحدهما يمسّ الدائرة في النقطة B والآخر يقطع امتداد الضلع CF في النقطة D، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامك.

معطى أنّ: $AD \perp CD$.



أ. برهن أنّ: $\sphericalangle BFC = \sphericalangle BAD$.

معطى أنّ: K هي نقطة على الضلع BC، بحيث FK يُنصِّف $\sphericalangle BFC$.

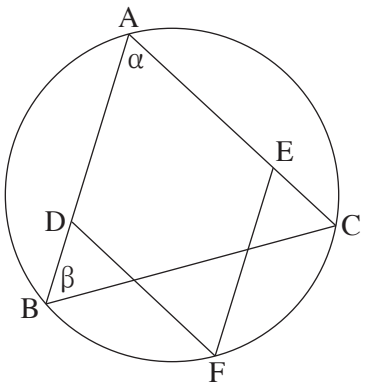
ب. برهن أنّ: $KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$.

جـ. برهن أنّ: $KB \cdot AB = 2R^2$.

د. فسّر لماذا مساحة ΔBFK أكبر من مساحة ΔKFC.

5. ABC هو مثلّث محصور في دائرة نصف قطرها R.

النقطتان D وَ E تقعان على الضلعين AB وَ AC بالتلاؤم، والنقطة F تقع على القوس BC بحيث يكون الشكل الرباعيّ ADFE مُعيَّنًا (انظر الرسم).



معطى أنّ: $\sphericalangle BAC = \alpha$ ، $\sphericalangle ABC = \beta$.

أ. **(1)** عبّر بدلالة α وَ β عن $\sphericalangle ABF$.

(2) عبّر بدلالة R وَ α وَ β عن طول قطر المعيَّن، AF.

ب. عبّر بدلالة R وَ α وَ β عن طول ضلع المعيَّن.

معطى أنّ AF هو قطر في الدائرة.

جـ. بيّن أنّ مساحة المعيَّن هي $2R^2 \tan\frac{\alpha}{2}$.

معطى أنّ نصف قطر الدائرة المحصورة في المعيَّن ADFE هو $\frac{3}{5}R$.

د. احسب β.

/يتبع في صفحة 6/

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة) .

انتبه ! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك .

6. معطى أنّ : الدالّة $g''(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$ هي دالّة المشتقّة الثانية للدالّة $g(x)$.

الدوالّ $g(x)$ ، $g'(x)$، $g''(x)$ معرَّفة في نفس المجال .

معطى أنّ معادلة المماسّ للدالّة $g(x)$ في نقطة التوائها هي $y = \frac{3}{2}x - 3$.

أ. **(1)** جد الدالّة $g(x)$.

(2) ما هو مجال تعريف الدالّة $g(x)$ ؟

(3) جد مجالات تصاعد ومجالات تنازل الدالّة $g(x)$.

(4) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

نُعرِّف : $h(x) = |g(x)|$.

ب. في نفس هيئة المحاور التي رسمتَ فيها الرسم البيانيّ التقريبيّ للدالّة $g(x)$ ، أضِف بخطّ متقطّع رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $h(x)$.

جـ. معطى أنّ : $\int_a^2 g(x)\,dx = t$ ، $0 < a < 2$ ، t هو پارامتر.

عبّر بدلالة t عن $\int_a^2 (h(x) - g(x))\,dx$.

/يتبع في صفحة 7/

7. معطاة الدالّة $f(x)=2\sin x+\cos 2x-1$ في المجال $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3}{2}\pi$.

أ. **(1)** جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(2) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

(3) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

أُزيحَ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يسارًا بِـ $\frac{\pi}{2}$ ، بحيث نتجت الدالّة $g(x)$ المعرَّفة في المجال $-\pi\le x\le\pi$.

ب. **(1)** عبّر عن الدالّة $g(x)$ بدلالة الدالّة $f(x)$.

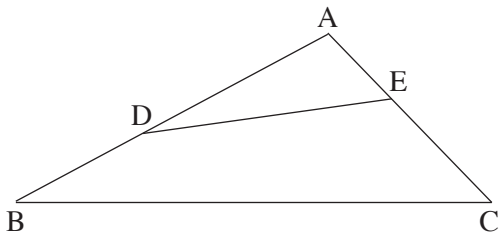
(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

(3) برهن أنّ $g(x)$ هي دالّة زوجيّة.

أمامك 3 تعابير، III-I : $\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x+\pi)\,dx$:I $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)dx$:II $\int_0^{\frac{\pi}{2}}f\left(x-\frac{\pi}{2}\right)dx$:III

جـ. اذكر أيّ تعبير من التعابير III-I يساوي $\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\,dx$.
علّل إجابتك. لا حاجة للحساب.

8. في المثلّث ABC معطى أنّ: $AB=30$ ، $AC=20$.
$\sphericalangle CAB=\alpha$. α هو ثابت.
النقطة D تقع على الضلع AB،
والنقطة E تقع على الضلع AC (انظر الرسم).
معطى أنّ: مساحة المثلّث ADE الذي تَكوَّنَ بهذه الطريقة هي رُبْع مساحة المثلّث ABC .
ارمز بِـ x إلى طول القطعة AD.



أ. عبّر بدلالة x عن طول القطعة AE .

ب. **(1)** عبّر بدلالة α عن أصغر طول ممكن للقطعة DE .

(2) استنتِجْ من البند الفرعيّ "ب(1)" قيمة x التي بالنسبة لها النسبة $\frac{DE}{BC}$ هي أصغر ما يمكن. فسّر.

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.